ZESZYTY NAUKOWE
WYŻSZEJ SZKOŁY MORSKIEJ
W SZCZECINIE

Nr 34 1988

Zbigniew Bogunlecki
Tadeusz Bech
Marek Matyszczak

ANALIZA DYNAMIKI UKŁADU NAPĘDOWEGO STATKU TYPU B-400

AN ANALYSIS OF DYNAMICS OF POWER TRANSMISSION SYSTEM OF B-400 SHIP

Wprowadzenie

Statek jest wielowymiarowym obiektem sterowania, złożonym z wielu systemów funkcjonalnych, między innymi energetycznego, nawigacyjnego i ładunkowego. Najważniejszą rolę odgrywa system energetyczny, ponieważ ma on istotny wpływ na pracę pozostałych. Podstawowym podsystemem systemu energetycznego statku jest układ napędowy. Przy projektowaniu tego układu, fundamentalnym zagadnieniem jest dobór jego struktury i parametrów dla zadanych warunków pracy statku.

W monografii [1] przedstawiono modele matematyczne układu napędowego statku rybackiego typu B-400 w postaci liniowych, jak i nieliniowych równań różniczkowych, uwzględniających "jazdę" morską i manewrową. Celem niniejszej pracy jest wyznaczenie realizacji minimalnej, liniowej [3] tego układu

napędowego. Wykazano, że realizacja minimalna posiada część "szybką" i "wolną", dokonano więc redukcji rzędu układu stosując metodę osobliwego zaburzenia [4]. W rezultacie uzyskano niemal trzykrotne obniżenie rzędu układu w stosunku do rzędu układu wyjściowego, co znacznie ułatwia analizę i syntezę tego podsystemu napędowego.

1. Sformułowanie zagadnienia

Weźmy pod uwagę układ napędowy statku rybackiego typu B-400, opisany w przestrzeni stanów równaniami o postaci [1]:

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= -3{,}333\, x_1(t) + 2{,}776\, u_2(t),\\
\dot{x}_2(t) &= -2{,}577\, x_1(t) - 12{,}055\, x_2(t) + 2{,}764\, x_3(t) + 1{,}382\, x_4(t) +\\
&\quad + 2{,}764\, x_{11}(t) + 1{,}382\, x_{12}(t) + z_1(t),\\
\dot{x}_3(t) &= -0{,}98\, x_2(t) + 0{,}35\, x_4(t),\\
\dot{x}_4(t) &= 0{,}515\, x_2(t) - 0{,}368\, x_3(t) - 0{,}184\, x_4(t) + 0{,}35\, x_5(t) +\\
&\quad - 0{,}105\, x_2(t),\\
\dot{x}_5(t) &= -26{,}0\, x_5(t) + 11{,}0\, x_6(t) + 15{,}0\, x_7(t),\\
\dot{x}_6(t) &= 0{,}125\, x_4(t) + 0{,}125\, x_5(t) - 0{,}25\, x_6(t),\\
\dot{x}_7(t) &= -25{,}14\, x_7(t) + 3{,}8\, x_8(t) - 52920\, x_9(t) - 10800\, x_{10}(t) +\\
&\quad + 505{,}0\, u_1(t),\\
\dot{x}_8(t) &= x_7(t) - 3{,}33\, x_8(t),\\
\dot{x}_9(t) &= x_{10}(t),\\
\dot{x}_{10}(t) &= x_4(t) - 110{,}25\, x_9(t) - 21{,}0\, x_{10}(t),\\
\dot{x}_{11}(t) &= -0{,}98\, x_2(t) + 0{,}35\, x_{12}(t),\\
\dot{x}_{12}(t) &= 0{,}515\, x_2(t) - 0{,}368\, x_{11}(t) - 0{,}184\, x_{12}(t) + 0{,}35\, x_{13}(t) +\\
&\quad - 0{,}105\, x_3(t), \qquad (1)\\
\dot{x}_{13}(t) &= -26{,}0\, x_{13}(t) + 11{,}0\, x_{14}(t) + 15{,}0\, x_{15}(t),
\end{aligned}
$$

$$\dot{x}_{14}(t) = 0{,}125\, x_{12}(t) + 0{,}125\, x_{13}(t) - 0{,}25\, x_{14}(t),$$
$$\dot{x}_{15}(t) = -25{,}14\, x_{15}(t) + 3{,}8\, x_{16}(t) - 52920\, x_{17}(t) + $$
$$-10800\, x_{18}(t) + 505{,}0\, u_1(t),$$
$$\dot{x}_{16}(t) = x_{15}(t) - 3{,}33\, x_{16}(t),$$
$$\dot{x}_{17}(t) = x_{18}(t),$$
$$\dot{x}_{18}(t) = x_{12}(t) - 110{,}25\, x_{17}(t) - 21{,}0\, x_{18}(t),$$
$$y_1(t) = 0{,}699\, x_1(t) + 1{,}17\, x_2(t) + z_1(t),$$
$$y_2(t) = 2{,}8\, x_2(t),$$

przy czym $u_1(t)$, $u_2(t)$, $y_1(t)$, $y_2(t)$, $z_1(t)$ oznaczają odpowiednio sterowanie obrotami śruby nastawnej, sterowanie skokiem śruby, moment na wale śruby, obroty śruby, zakłócenia wywołane między innymi falowaniem a $z_2(t)$ i $z_3(t)$ są zakłóceniami wynikającymi ze zmian obciążenia prądnic wałowych odpowiednio silnika I i II.

Zakładając zerowe warunki początkowe i dokonując przekształcenia Laplace'a obu stron równań (1) otrzymamy:

$$\begin{aligned} s\,X(s) &= A\,X(s) + B\,U(s) + \bar{B}\,V(s), \\ Y(s) &= C\,X(s) + \bar{D}\,V(s), \end{aligned} \tag{2}$$

przy czym $X(s)$, $U(s)$, $Y(s)$, $V(s)$ są transformatorami Laplace'a wektorów odpowiednio stanu $x(t) \in R^{18}$, wejścia $u(t) \in R^2$, wyjścia $y(t) \in R^2$, zakłóceń $v(t) \in R^3$, a macierze $A, B, \bar{B}, C, \bar{D}$ są macierzami o odpowiednich wymiarach oraz o elementach stałych, niezależnych od czasu.

Wykorzystanie równań (2) do analizy lub syntezy jest uciążliwe z uwagi na konieczność dokonywania operacji matematycznych na macierzach o dużych wymiarach. Opracowano wiele skutecznych metod projektowania wielkich systemów liniowych [2] ; podstawową czynnością w tych metodach jest

eliminacja równań opisujących części niesterowalne i/lub nieobserwowalne, a zatem określenie realizacji minimalnej układu. Zadanie można zatem sformułować następująco:

należy wyznaczyć realizację minimalną modelu matematycznego układu opisanego równaniami (2).

2. Analiza sterowalności i obserwowalności

Badając sterowalność układu opisanego równaniami (1) i (2) otrzymamy

$$N\,H\,M = \left[\begin{array}{c|c} I_{10} & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array}\right] \tag{3}$$

przy czym macierz $H = [B, AB, \ldots, A^{17}B] \in R^{18\times 36}$ jest macierzą sterowalności a macierze $N \in R^{18\times 18}$, $M \in R^{36\times 36}$ są nieosobliwymi macierzami przekształceń [3].

Z zależności (3) wynika, że układ nie jest całkowicie sterowalny względem stanu. Poprzez sprowadzenie zakłóceń do wyjścia układu [5] można je w dalszych rozważaniach pominąć. Stosując przekształcenie, przez podobieństwo, macierzy charakterystycznej rozpatrywanego układu, otrzymamy [3]:

$$\left[\begin{array}{c|c} s\,I_{18}-A_1 & B_1 \\ \hline -C_1 & 0 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c} N & 0 \\ \hline 0 & I_2 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c|c} s\,I_{18}-A & B \\ \hline -C & 0 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c|c} N^{-1} & 0 \\ \hline 0 & I_2 \end{array}\right] \tag{4}$$

przy czym

$$A_1 = \left[\begin{array}{c|c} \hat{A} & A_{1,2} \\ \hline 0 & A_{2,2} \end{array}\right], \quad B_1 = \left[\begin{array}{c} \hat{B} \\ \hline 0 \end{array}\right], \quad C_1 = \left[\begin{array}{c|c} \hat{C} & 0 \end{array}\right]$$

Macierze $\hat{A} \in R^{10\times 10}$, $\hat{B} \in R^{10\times 2}$, $\hat{C} \in R^{2\times 10}$ opisują nowy układ całkowicie sterowalny.

Wartości własne macierzy $\hat{A}$ są następujące:

$$
\begin{aligned}
\lambda_1 &= -0{,}247\,, \\
\lambda_2 &= -0{,}472\,, \\
\lambda_3 &= -3{,}333\,, \\
\lambda_4 &= -3{,}495 - j\,0{,}556\,, \\
\lambda_5 &= -3{,}495 + j\,0{,}556\,, \\
\lambda_6 &= -4{,}655 - j\,7{,}439\,, \\
\lambda_7 &= -4{,}655 + j\,7{,}439\,, \\
\lambda_8 &= -11{,}588\,, \\
\lambda_9 &= -29{,}676 - j\,9{,}089\,, \\
\lambda_{10} &= -29{,}676 + j\,9{,}089\,,
\end{aligned}
\tag{5}
$$

Analizując podane wartości własne można stwierdzić, że układ opisany trójką macierzy $\{\hat{A},\hat{B},\hat{C}\}$ posiada część "szybką" /związaną z wartościami własnymi λ_i, $i = 8,9,10$/ i część "wolną" /związaną z wartościami λ_k, $k = 1,2,\ldots,7$/.

Ponowne przekształcenie macierzy charakterystycznej układu opisanego trójką macierzy $\{\hat{A},\hat{B},\hat{C}\}$, doprowadzi do postaci

$$
\left[\begin{array}{c|c} s\,I_{10}-\hat{A}_1 & \hat{B}_1 \\ \hline -\hat{C}_1 & 0 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c} T^{-1} & 0 \\ \hline 0 & I_2 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c|c} s\,I_{10}-\hat{A} & \hat{B} \\ \hline -\hat{C} & 0 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c|c} T & 0 \\ \hline 0 & I_2 \end{array}\right] \tag{6}
$$

przy czym

$$\hat{A}_1 = \mathrm{diag}\,[\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_{10}] \in C^{10\times 10},\ \hat{B}_1 \in C^{10\times 2},\ \hat{C}_1 \in C^{2\times 10},$$

a macierz $T \in C^{10\times 10}$ jest macierzą modalną, tzn. macierzą której kolumny są wektorami własnymi macierzy $\hat{A}$. Wszystkie kolumny macierzy $\hat{C}_1$ są wektorami niezerowymi, a więc część sterowalna rozpatrywanego układu jest również obserwowalna.

Stosując kolejne przekształcenie, przez podobieństwo, macierzy charakterystycznej układu dla trójki $\{\hat{A}_1,\hat{B}_1,\hat{C}_1\}$ otrzymamy:

$$\left[\begin{array}{c|c} s\,I_{10}-\hat{A}_2 & \hat{B}_2 \\ \hline -\hat{C}_2 & 0 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c} L & 0 \\ \hline 0 & I_2 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c|c} s\,I_{10}-\hat{A}_1 & B_1 \\ \hline -\hat{C}_1 & 0 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c|c} L^{-1} & 0 \\ \hline 0 & I_2 \end{array}\right] \quad (7)$$

przy czym

$$L = \mathrm{diag}\left[1,1,1,J,J,1,J\right], \quad J = \left[\begin{array}{c|c} 0,5 & -j\,0,5 \\ \hline 0,5 & j\,0,5 \end{array}\right]$$

oraz $\hat{A}_2 \in R^{10x10}$, $\hat{B}_2 \in R^{10x2}$, $\hat{C}_2 \in R^{2x10}$.

Z analizy wynika, że trójka macierzy $\{\hat{A}_2, \hat{B}_2, \hat{C}_2\}$ jest realizacją minimalną modelu matematycznego rozpatrywanego układu.

3. Redukcja rzędu układu metodą osobliwego zaburzenia

Weźmy pod uwagę układ o macierzy charakterystycznej (7). Układ ten można opisać w przestrzeni stanów równaniami:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= \hat{A}_2\,\bar{x}(t) + \hat{B}_2\,u(t), \\ y(t) &= \hat{C}_2\,\bar{x}(t) \end{aligned} \quad (8)$$

Wprowadzając nową formę opisu liniowego układu wysokiego rzędu [4], równania (8) przybiorą postać:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= \tilde{A}_1\,\tilde{x}(t) + \tilde{A}_2\,\tilde{z}(t) + \tilde{B}_1\,u(t), \\ \varepsilon\,\dot{\tilde{z}}(t) &= \tilde{A}_3\,\tilde{x}(t) + \tilde{A}_4\,\tilde{z}(t) + \tilde{B}_2\,u(t), \\ y(t) &= \tilde{C}_1\,\tilde{x}(t) + \tilde{C}_2\,\tilde{z}(t) \end{aligned} \quad (9)$$

przy czym $\tilde{x}(t) \in R^7$, $\tilde{z}(t) \in R^3$, $\bar{x}(t) = [\tilde{x}(t)^T, \tilde{z}(t)^T]^T$, natomiast macierze $\tilde{A}_1$ i $\tilde{A}_4$ mają wartości własne części odpowiednio "wolnej" i "szybkiej".

Przyjęty w rozpatrywanym przypadku parametr $\varepsilon = 0{,}05$ jest interpretowany jako "zaburzenie" względem jego zerowej wartości nominalnej. Zatem dla $\varepsilon = 0$ z zależności (9) otrzymamy:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= \tilde{A}\,\bar{x}(t) + \tilde{B}\,u(t)\,, \\ y(t) &= \tilde{C}\,\bar{x}(t) + \tilde{D}\,u(t) \end{aligned} \tag{10}$$

przy czym

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \tilde{A}_1 - \tilde{A}_2\tilde{A}_4^{-1}\tilde{A}_3\,, \quad \tilde{B} = \tilde{B}_1 - \tilde{A}_2\tilde{A}_4^{-1}\tilde{B}_2\,, \\ \tilde{C} &= \tilde{C}_1 - \tilde{C}_2\tilde{A}_4^{-1}\tilde{A}_3\,, \quad \tilde{D} = -\tilde{C}_2\tilde{A}_4^{-1}\tilde{B}_2 \end{aligned} \tag{11}$$

W konsekwencji podanych operacji matematycznych, równania opisujące w przestrzeni stanów model układu napędowego statku typu B-400 mają postać:

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{x}}_1(t) &= -4{,}655\,\bar{x}_1(t) - 7{,}439\,\bar{x}_2(t) + 193{,}324\,u_1(t) - 0{,}304\,u_2(t), \\
\dot{\bar{x}}_2(t) &= 7{,}439\,\bar{x}_1(t) - 4{,}655\,\bar{x}_2(t) + 98{,}275\,u_1(t) + 1{,}914\,u_2(t), \\
\dot{\bar{x}}_3(t) &= -3{,}494\,\bar{x}_3(t) - 0{,}556\,\bar{x}_4(t) + 3{,}085\,u_1(t) - 12{,}766\,u_2(t), \\
\dot{\bar{x}}_4(t) &= 0{,}556\,\bar{x}_3(t) - 3{,}494\,\bar{x}_4(t) + 83{,}473\,u_1(t) + 1{,}186\,u_2(t), \\
\dot{\bar{x}}_5(t) &= -3{,}333\,\bar{x}_5(t) + 12{,}319\,u_2(t), \\
\dot{\bar{x}}_6(t) &= -0{,}472\,\bar{x}_6(t) + 0{,}141\,u_1(t) + 0{,}215\,u_2(t), \\
\dot{\bar{x}}_7(t) &= -0{,}247\,\bar{x}_7(t) - 0{,}221\,u_1(t) - 0{,}174\,u_2(t), \\
y_1(t) &= -0{,}001\,\bar{x}_1(t) + 0{,}133\,\bar{x}_5(t) + \bar{x}_6(t) - 0{,}009\,\bar{x}_7(t) + \\
&\quad + 0{,}002\,u_1(t) + 0{,}007\,u_2(t) + v_1(t), \\
y_2(t) &= 0{,}001\,\bar{x}_4(t) + v_2(t)
\end{aligned} \tag{12}$$

przy czym $v_1(t)$ i $v_2(t)$ oznaczają zakłócenia sprowadzone do wyjścia układu.

Podsumowanie

Dzięki wymienionym działaniom matematycznym uzyskano zmniejszenie rzędu /z 18 do 7/ układu równań opisujących zachowanie dynamiczne podsystemu napędowego; ułatwia to zdecydowanie operacje matematyczne i skraca czas pracy komputera /np. przy wykorzystaniu go do sterowania w czasie rzeczywistym/. Na drodze symulacji cyfrowej przetestowano obydwa układy. Końcowy model matematyczny z dostateczną dokładnością odwzorowuje zachowanie dynamiczne podsystemu napędowego z zastrzeżeniem, że obydwa silniki oddają moc poprzez swoje sprzęgła i przekładnię na wspólny wał śrubowy i wartość zadana prędkości kątowej silników jest taka sama dla jednego i drugiego silnika. Korzystając z podanego modelu należy pamiętać, że jest on opracowany dla nominalnego punktu pracy i każde odejście od tego punktu pogarsza odtwarzanie zachowania dynamicznego obiektu rzeczywistego.

LITERATURA

1. Kowalski Z.: Badania symulacyjne podsystemów napędowych statków. Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej. Elektryka 49. Gdańsk, 1980.
2. Kulikowski R.: Sterowanie w wielkich systemach. Warszawa : WNT, 1974.
3. Kaczorek T.: Teoria sterowania. Warszawa : PWN, 1981.
4. Cruz J.B.: Układy ze sprzężeniem zwrotnym. Warszawa : PWN, 1977.
5. Niederliński A.: Układy wielowymiarowe automatyki. Warszawa : PWN, 1974.

STRESZCZENIE

Przedstawiono realizację minimalną, ze względu na liczbę elementów całkujących, modelu układu napędowego statku rybackiego typu B-400. Do rozważań przyjęto model matematyczny w postaci liniowych równań różniczkowych o współczynnikach stałych, niezależnych od czasu. Wykazano, że układ napędowy nie jest całkowicie sterowalny względem stanu. Ponadto dokonano redukcji rzędu układu, stosując metodę osobliwego zaburzenia.

SUMMARY

Due to a number of integral elements, the article presents a minimal realization of a model of a power transmission system of B-400 fishing vessel. For the consideration, there has been accepted a mathematical model in a form of linear differential equations of constant coefficients, independent of time. It has been pointed out that the power transmission system is not fully steerable in reference to the state. Apart from this, there has been carried out a reduction of the system order using a method of singular disturbance.

Recenzent
dr inż. Marek Tałasiewicz

Artykuł przyjęto
w styczniu 1988 r.