ISSN 0209-2069

ZESZYTY NAUKOWE NR 1(73)
AKADEMII MORSKIEJ
W SZCZECINIE

EXPLO-SHIP 2004

Zenon Grządziel, Jacek Kaczmarek
Grzegorz Nicewicz

Modelowanie statycznych i dynamicznych własności wibroizolatorów gumowych za pomocą MES

Słowa kluczowe: modelowanie, metoda elementów skończonych, wibroizolatory gumowe, wibroizolacja

Przedstawiono sposób i wyniki modelowania najbardziej istotnych statycznych i dynamicznych własności wibroizolatorów gumowych za pomocą demonstracyjnej wersji 3.0 programu NASTRAN.

A Simulation of Statical and Dynamical Properties of Vibration Mounts for Vibration Isolation Systems by Means of the Finite Element Method

Key words: simulation, finite element method, vibration mounts, vibration isolation

The method and results of the simulation of the most essential rheological properties of vibration mounts are presented. The simulation was carried out by means of a NASTRAN 3.0 demo version.

Wstęp

MES umożliwia analizę procesów przejściowych i ustalonych dowolnych układów mechanicznych, w tym również nieliniowych, do których należą m.in. układy wibroizolacji maszyn, w tym okrętowych, z gumowymi elementami sprężysto-tłumiącymi. Optymalny dobór wibroizolatorów wymaga znajomości ich charakterystyk statycznych i dynamicznych. W pracy [1] przedstawiono metody identyfikacji najważniejszych własności reologicznych wibroizolatorów gumowych. Wyniki tych badań identyfikacyjnych zostaną wykorzystane w niniejszym artykule. Jego celem jest potwierdzenie możliwości modelowania własności reologicznych wibroizolatorów gumowych za pomocą demonstracyjnej wersji 3.0 programu MSC/NASTRAN for Windows, z ograniczeniem do 300 liczby węzłów elementów skończonych.

1. Budowa modelu geometrycznego wibroizolatora

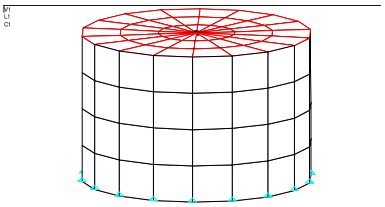
Badany wibroizolator ma kształt gumowego walca o średnicy $\Phi = 69{,}7$ mm i wysokości $h = 44{,}8$ mm z przywulkanizowanymi do powierzchni czołowych walca płytkami stalowymi o grubości 2,8 mm.

Element gumowy zamodelowano 216 elementami skończonymi przestrzennymi typu solid (8-węzłowymi typu hexahedron lub 6-węzłowymi typu wedge w otoczeniu osi walca) o maksymalnym boku około 12 mm.

Przywulkanizowane blachy stalowe zamodelowano w węzłach elementów przestrzennych, 108 elementami powierzchniowymi typu plate (4-węzłowymi typu quadrilateral lub 3-węzłowymi typu triangle w otoczeniu osi walca) o maksymalnym boku około 12 mm.

Masę dodatkową przymocowaną do górnej powierzchni wibroizolatora i działającą w rzeczywistości siłą bezwładności na całą powierzchnię elementów płytowych, zamodelowano, ze względu na ogromną różnicę sztywności stali i gumy (rzędu 10^4) i ograniczenia wersji demonstracyjnej programu, jednym elementem masowym, przymocowanym w środkowym węźle elementów płytowych.

Podczas badań statycznych modelu węzły dolnej powierzchni wibroizolatora utwierdzono. Ogólna liczba węzłów modelu wynosi 275. Widok modelu pokazano na rysunku 1.



Rys. 1. Widok siatki bocznej elementów przestrzennych, siatki górnej powierzchni elementów płytowych i utwierdzeń węzłów dolnej powierzchni modelu badanego wibroizolatora
Fig. 1. The main view of the examined vibration mount model

2. Modelowanie własności statycznych

Zakłada się, że element gumowy jest wykonany z materiału nieliniowego jednorodnego i izotropowego. Na podstawie statycznej próby ściskania badanego wibroizolatora [1], przy założeniu odkształceń nie przekraczających na ogół w wibroizolatorach gumowych 10 – 20%, wyznaczono zależność odkształceń jednostkowych ε od naprężeń normalnych rzeczywistych σ w badanym wibroizolatorze (rys. 2) według wzoru:

$$\sigma = \sigma_0(1+\varepsilon) = \frac{F}{A_0}(1+\varepsilon) \tag{1}$$

gdzie:

σ_0 – naprężenie normalne umowne, równe stosunkowi siły obciążającej F do powierzchni początkowej przekroju A_0.

Przyjęto hipotezę kwadratowej funkcji regresji $\varepsilon = \varepsilon(\sigma) = a\sigma + b\sigma^2$, i wyznaczono ją w postaci następującej:

– dla rozciągania

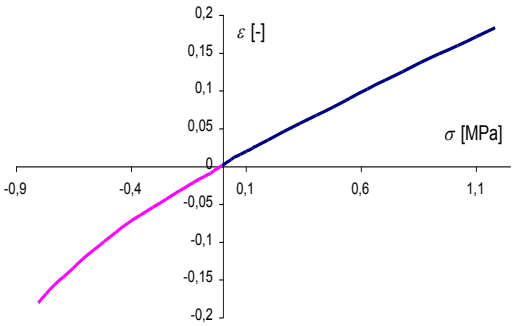
$$\varepsilon = 0{,}1684 \cdot 10^{-6} \cdot \sigma - 0{,}0132 \cdot 10^{-12} \cdot \sigma^2 \tag{2}$$

– dla ściskania

$$\varepsilon = 0{,}1632 \cdot 10^{-6} \cdot \sigma - 0{,}071 \cdot 10^{-12} \cdot \sigma^2 \tag{3}$$

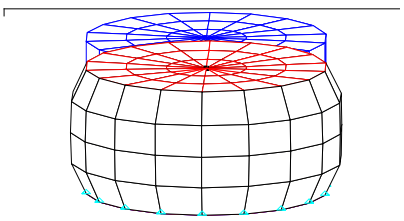
gdzie oczywiście $\sigma > 0$ dla rozciągania i $\sigma < 0$ dla ściskania. Stopień dopasowania obu funkcji regresji do zależności empirycznych jest na tyle wysoki,

że wykresy funkcji regresji są niemal identyczne z wykresami empirycznymi i dlatego zrezygnowano z ich prezentacji graficznej na rysunku 2.

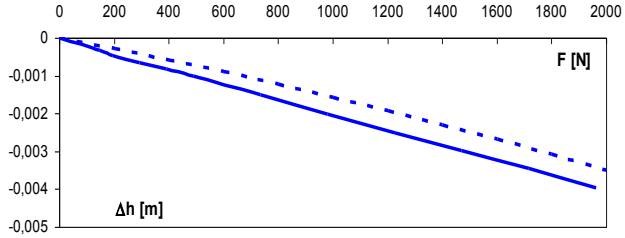


Rys. 2. Zależność empiryczna odkształceń jednostkowych ε od naprężeń normalnych σ w przekroju poprzecznym badanego wibroizolatora; jest to jednocześnie wykres funkcji regresji $\varepsilon = \varepsilon(\sigma)$
Fig. 2. Empirical relationship between unit strain ε and normal stress σ in cross section of the examined vibration mount; it is also the graph of regression function $\varepsilon = \varepsilon(\sigma)$

Zależności (2) i (3) wprowadzono w module własności materiałowych ciała izotropowego programu NASTRAN. Przyjęto początkową wartość modułu Younga gumy $5{,}71 \cdot 10^6$ Pa oraz liczbę Poissona 0,4997 i przeprowadzono analizę nieliniową statycznego ściskania modelu wibroizolatora. Wyniki analizy przedstawiono na rysunkach 3 i 4.



Rys. 3. Widok ściśniętego modelu wibroizolatora; w tle stan początkowy wibroizolatora
Fig. 3. The main view of the compressed vibration mount model; the initial state of the examined vibration mount model in the background



Rys. 4. Wykres zależności ugięcia statycznego *Δh* wibroizolatora rzeczywistego (linia ciągła) i jego modelu nieliniowego (linia kreskowa) od wartości siły ściskającej *F*
Fig. 4. The compression test diagram of the examined vibration mount (solid line) and the vibration mount nonlinear model (dashed line)

Różnica wartości maksymalnego ugięcia wibroizolatora rzeczywistego i jego modelu nieliniowego (przy obciążeniu 2000 N powodującym 10% odkształcenie względne), nie przekracza 12%. Przy założeniu liniowości modelu, tzn. niezmienności modułu zachowawczego gumy (równego wartości początkowej $5{,}71 \cdot 10^6$ Pa w analizie nieliniowej), różnica ta wynosi 25%.

Stosunkowo duże różnice wyników analizy statycznej mogą być spowodowane niezbyt gęstym podziałem elementu gumowego na elementy skończone (program demonstracyjny umożliwia budowę modelu o maksymalnie 300 węzłach) lub ekstrapolacją własności wibroizolatora otrzymanych w statycznej próbie ściskania na obszar rozciągania (rys. 2). Problem ten będzie przedmiotem osobnych badań.

3. Modelowanie własności dynamicznych wibroizolatora

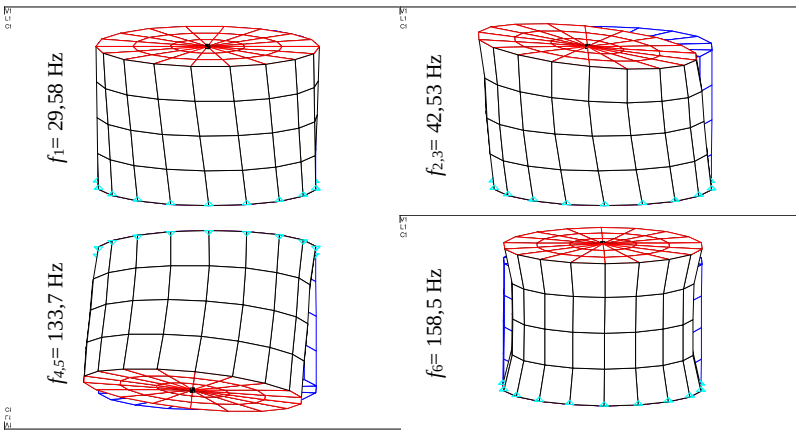
3.1. Analiza modalna wibroizolatora

Niezbędnym elementem badań dynamicznych jest analiza częstotliwościowa, realizowana metodą bezpośrednią lub modalną. Bezpośrednia analiza częstotliwościowa pozwala wprawdzie uwzględnić nieliniowość układu, jest jednak w przypadku większych układów albo niestabilna, albo na tyle czasochłonna, że jej przydatność staje się wątpliwa. Z kolei modalna analiza częstotliwościowa skraca znacznie czas analizy, szczególnie w przypadku bardziej złożonych układów, jednak zakłada ona liniowość układu.

Czas analizy częstotliwościowej metodą bezpośrednią badanego nieliniowego wibroizolatora jest na tyle długi, że jej stosowanie w tym przypadku wydaje się nieuzasadnione.

W analizie częstotliwościowej metodą modalną należy dokonać linearyzacji modelu wibroizolatora, przez założenie stałości parametrów modelu w wybranych obszarach częstotliwości.

W pierwszym etapie dokonuje się analizy modalnej modelu dla wartości parametrów: E = 10,97 MPa, η = 0,125, odpowiadających częstotliwości rezonansowej (145,8 Hz) drgań podłużnych wibroizolatora, na podstawie których przeprowadzano jego identyfikację [1]. Wynik analizy, w badanym obszarze częstotliwości od 0 do 200 Hz, przedstawiono na rysunku 5. Należy tutaj dodać, że częstotliwości własne druga i trzecia są częstotliwościami podwójnymi, którym odpowiadają odkształcenia w płaszczyznach pionowych OXZ i OYZ.



Rys. 5. Sześć pierwszych postaci własnych modelu wibroizolatora w analizowanym zakresie częstotliwości od 0 do 200 Hz

Fig. 5. First six shapes of the vibration mount model in the frequency range 0 – 200 Hz

Tabela 1

Wartości modułu Younga E i współczynnika strat η elementów gumowych modelu wibroizolatora dla sześciu pierwszych postaci własnych w badanym zakresie częstotliwości 0 –200 Hz

Young's modulus E and the loss factor η for first six shapes of the vibration mount model in the frequency range 0 – 200 Hz

Nr postaci	Częstotliwość Hz	E MPa	η –
1	29,58	7,00	0,046
2; 3	42,53	7,44	0,055
4; 5	133,7	10,56	0,119
6	158,5	11,41	0,136

Ponieważ założono izotropowość i jednorodność materiałów wibroizolatora, w kolejnym etapie linearyzacji można w obszarach częstotliwości bliskich wyznaczonym częstotliwościom własnym, przyjąć wartości parametrów modelu wibroizolatora, na podstawie badań identyfikacyjnych [1], odpowiadające tym częstotliwościom – tabela 1.

Wyznaczone powyżej parametry posłużą do określenia transmitancji modelu wibroizolacji przemieszczeniowej zawierającym badany wibroizolator.

3.2. Modelowanie transmitancji widmowej wąskopasmowej

W celu wyznaczenia najbardziej istotnej z punktu widzenia pracy wibroizolatora transmitancji widmowej wąskopasmowej, rozumianej jako stosunek przemieszczeń wzdłuż osi pionowej, górnej i dolnej powierzchni obciążonej wibroizolatora, wykonuje się następujące czynności modelujące:

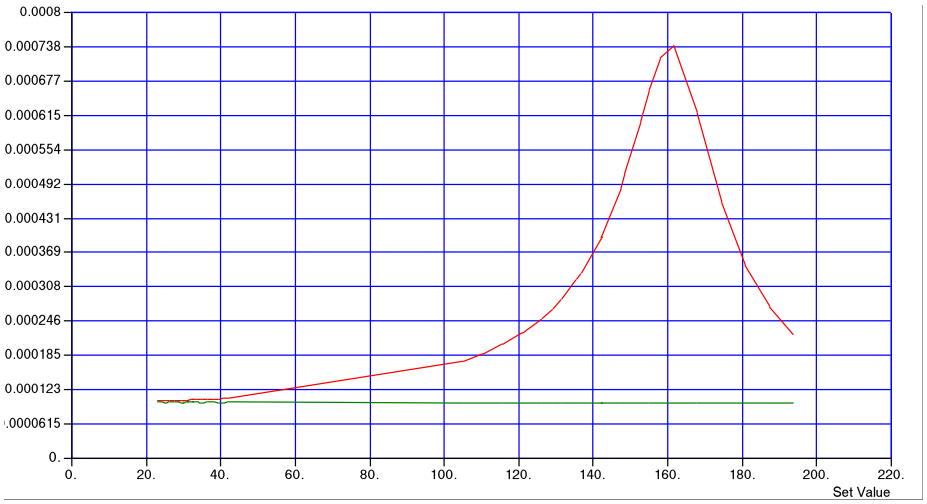
1) do środkowego węzła (nr 55) dolnej powierzchni modelu, mocuje się masę dodatkową znacznie większą od masy badanego układu, np. m_d = 10 000 kg; drgania badanego układu nie zakłócają wówczas sinusoidalnego wymuszenia kinematycznego;
2) na węzeł z masą dodatkową (nr 55) nakłada się więzy, umożliwiające wykonywanie tylko ruchu translacyjnego wzdłuż pionowej osi *OZ* wibroizolatora;
3) do węzła z masą dodatkową (nr 55) przykłada się wymuszenie sinusoidalne, o amplitudzie F_a zapewniającej w całym zakresie analizowanych częstotliwości f = 0 – 200 Hz, niezmienność amplitudy przemieszczenia dolnej powierzchni modelu z masą dodatkową; przyjęto że z_a = 0,0001 m = 0,1 mm, stąd

$$F_a = 4\pi^2 f^2 z_a m_d = 39{,}4784\, f^2 \text{ [N]} \tag{4}$$

4) dokonuje się linearyzacji modelu w otoczeniu kolejnych częstotliwości własnych, przyjmując w module własności materiałowych programu NASTRAN stałe wartości modułu Younga *E*, według tabeli 1;
5) przyjmuje się w otoczeniu każdej częstotliwości własnej 11 analizowanych częstotliwości w paśmie o szerokości ±10 % lub ±20 % wartości częstotliwości własnej;
6) na podstawie założenia o jednorodności i izotropowości elementów gumowych modelu wibroizolatora, przyjmuje się wartości tłumienia modalnego w otoczeniu każdej częstotliwości własnej, według zależności [1]

$$\eta(f) = 0{,}0007 \cdot f + 0{,}002514 \tag{5}$$

7) dokonuje się analizy częstotliwościowej modułem Modal Frequency Response programu NASTRAN oddzielnie w poszczególnych pasmach częstotliwości; ponieważ w rozważanym przypadku poszukuje się transmitancji modelu tylko dla ruchu pionowego, udział postaci 1 – 5 jest znikomo mały w stosunku do udziału postaci 6; można potwierdzić to obliczeniowo, jak i wywnioskować na podstawie obserwacji odkształceń modelu, pokazanych na rysunku 5; odkształcenia skrętne lub giętne elementów gumowych dla postaci 1 – 5 powodują bowiem znikomo małe przemieszczenia pionowe górnej powierzchni modelu; błąd wynikający z pominięcia wręcz postaci 1 – 5 nie przekracza 1%; stąd w celu uproszczenia analizy częstotliwościowej dokonano linearyzacji w całym zakresie analizowanych częstotliwości, przyjmując jedną wartość modułu Younga elementów gumowych modelu E = 11,41 MPa, odpowiadającą podstawowej częstotliwości własnej f_6; wyniki analizy przedstawiono na rysunku 6.



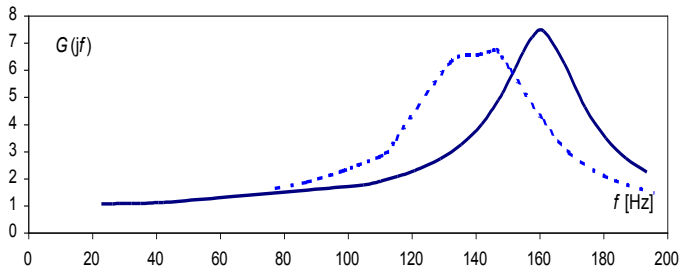
Rys. 6. Wykres teoretyczny modułu *G(jf)* transmitancji widmowej dla ruchu pionowego modelu badanego wibroizolatora (według NASTRAN); linia pozioma przedstawia stałą wartość amplitudy sinusoidalnego przemieszczenia dolnej powierzchni modelu z_a = 0,1 mm w całym zakresie analizowanych częstotliwości

Fig. 6. The magnitude of transmittance G(jf) for the rising and falling motion of the vibration mount model, obtained theoretically by means of NASTRAN

Maksymalna wartość modułu transmitancji $G(\mathrm{j}f)$:

$$G(\mathrm{j}f) = 0{,}74 / 0{,}1 = 7{,}4 \tag{6}$$

występuje przy częstotliwości $f \approx 161{,}5$ Hz. Dla oceny dokładności modelowania porównano charakterystykę teoretyczną modułu transmitancji z charakterystyką doświadczalną [1] (rys. 7).



Rys. 7. Charakterystyka teoretyczna modułu transmitancji na tle charakterystyki doświadczalnej badanego wibroizolatora gumowego

Fig. 7. The magnitude of transmittance for the vibration mount model rising and falling motion obtained theoretically (solid line) and the magnitude of transmittance for the examined vibration mount rising and falling motion (dashed line)

Błąd względny wartości maksymalnych modułów transmitancji teoretycznej i doświadczalnej wynosi (7,4-6,69)/6,69 = 0,106, natomiast błąd względny oceny podstawowej częstotliwości modelu – (161,5-145,8)/145,8 = 0,108. Wynikają one, podobnie jak błędy modelowania statycznego, z przyjęcia niezbyt gęstej siatki elementów modelu, szczególnie gumowych (spowodowane jest to ograniczeniami demonstracyjnej wersji programu NASTRAN) lub ekstrapolacją własności wibroizolatora otrzymanych w statycznej próbie ściskania na obszar rozciągania (rys. 2). Problem ten, jak wspomniano już wcześniej, będzie przedmiotem osobnych badań.

Wnioski

1. W artykule przedstawiono sposób i wyniki modelowania najbardziej istotnych statycznych i dynamicznych własności wibroizolatorów gumowych za pomocą demonstracyjnej wersji 3.0 programu NASTRAN.
2. Pomimo znacznych ograniczeń programu wykorzystywanego w modelowaniu, uzyskano stosunkowo niezłe zgodności charakterystyk statycznych i dynamicznych badanego wibroizolatora gumowego.
3. Przeprowadzone badania pozwalają wskazać dalsze obszary badań modelowych wibroizolatorów gumowych, np.:

- modelowanie wpływu sposobu połączenia elementów gumowych z blachami czołowymi na statyczne i dynamiczne własności wibroizolatorów,
- modelowanie wpływu procesu starzenia gumy na własności eksploatacyjne wibroizolatorów,
- badanie zależności cech użytkowych wibroizolatorów np. trwałości eksploatacyjnej, od ich kształtu, geometrii,
- badania procesów przejściowych (rozruchów, wybiegów) wibroizolowanych układów, np. maszyn okrętowych.

Literatura

1. Kaczmarek J., Nicewicz G., Idzi Z., *Identyfikacja wybranych własności reologicznych wibroizolatorów gumowych.* Zeszyty Naukowe Akademii Morskiej w Szczecinie, nr 1(73), Szczecin 2004.
2. Kruszewski J. i inni, *Metoda elementów skończonych w dynamice konstrukcji.* Arkady, Warszawa 1984.
3. Strzałkowski A., Śliżyński A., *Matematyczne metody opracowywania wyników pomiarów.* PWN, Warszawa 1978.
4. The MacNeal – Schwendler Corporation, *MSC. Nastran for Windows. Quick Start Guide.* Los Angeles, 1995.
5. The MacNeal – Schwendler Corporation, *MSC. Nastran for Windows. Analysis Examples Manual.* Los Angeles, 1998.

Wpłynęło do redakcji w lutym 2004 r.

Recenzenci

prof. dr hab. inż. Mieczysław Hann
dr hab. Zenon Zwierzewicz, prof. AM

Adresy Autorów

dr inż. Zenon Grządziel
dr inż. Jacek Kaczmarek
mgr inż. Grzegorz Nicewicz
Akademia Morska w Szczecinie
Instytut Nauk Podstawowych Technicznych
Zakład Mechaniki Technicznej i Rysunku
70-500 Szczecin, ul. Wały Chrobrego 1/2