ISSN 1733-8670

ZESZYTY NAUKOWE NR 10(82)
AKADEMII MORSKIEJ
W SZCZECINIE

IV MIĘDZYNARODOWA KONFERENCJA NAUKOWO-TECHNICZNA
EXPLO-SHIP 2006

Jerzy Brzózka

Problemy doboru dynamiki modelu w układzie regulacji typu MFC

Słowa kluczowe: MFC (Model Following Control), model procesu, redukcja rzędu modelu

W strukturze nadążnego, odpornego układu regulacji (MFC) wykorzystywany jest model procesu regulowanego. Tematem artykułu są metody wyznaczania dynamiki tego modelu.

The Choice of Model Dynamics in the Model Following Control (MFC) Loop

Key words: Model Following Control (MFC), plant model, model order reduction

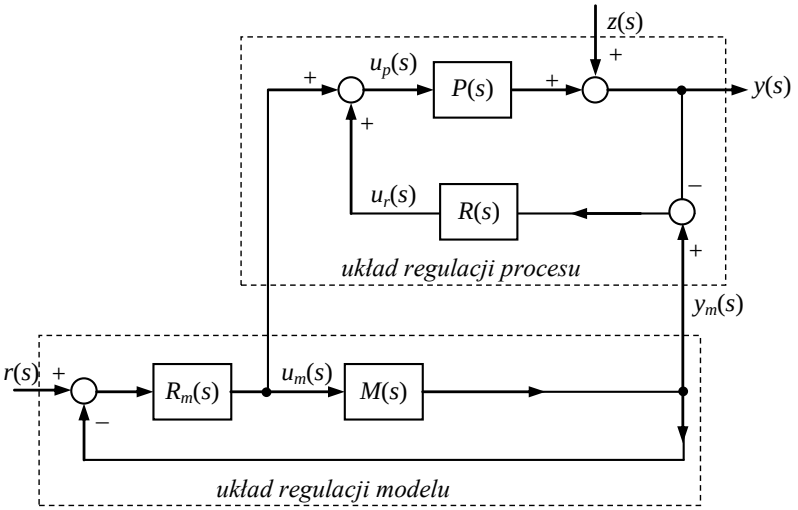
A plant model is used in the structure of the robust, model following control system. The article deals with the determination of dynamics of this model.

Wprowadzenie

W ostatnich latach obserwuje się duże zainteresowanie odpornymi (mocnymi, krzepkimi) układami regulacji automatycznej. Są to takie układy regulacji, które zachowują swoje własności (stabilność, jakość działania) nie tylko dla pojedynczego procesu regulowanego (jak w klasycznym układzie regulacji automatycznej), ale dla pewnego zbioru tych procesów, z których każdy należy do tej samej klasy. Elementami zbioru są procesy perturbowane, czyli różniące się – na przykład wartościami parametrów (tzw. niepewność strukturalna) – od procesu nominalnego oraz proces nominalny. Przykładem nieskomplikowanego, odpornego układu regulacji, mającego bardzo dobre własności, jest układ śledzący z modelem, tj. Model Following Control (MFC) [3, 5, 6]. W [1] i [2] przedstawiono badania symulacyjne tej struktury dla przypadku nieliniowego układu regulacji prędkości obrotowej silnika głównego oraz kąta kursu statku.

1. Struktura układu MFC i jej własności

Schemat blokowy układu regulacji typu MFC przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat blokowy struktury MFC: $P(s)$, $R(s)$, $M(s)$, $R_m(s)$ – transmitancja procesu, regulatora procesu, modelu procesu nominalnego i jego regulatora, odpowiednio; $r(s)$, $z(s)$ – sygnały: wartości zadanej i zakłóceń; $y(s)$, $y_m(s)$ – sygnały wielkości regulowanej procesu i modelu; $u_m(s)$, $u_R(s)$, $u_p(s)$ – sygnały sterujące z regulatora modelu, procesu oraz sygnał sterujący procesem

Fig. 1. The structure of a robust model following control (MFC) system with a plant model M(s), plant P(s), plant controller R(s) and model controller $R_m(s)$

Struktura MFC – jak wynika z rysunku 1 – zawiera dwa układy regulacji: układ regulacji modelu i układ regulacji procesu. Wartością zadaną dla układu regulacji procesu jest sygnał wyjściowy $y_m(s)$ z układu regulacji modelu. Tak więc układ regulacji procesu „śledzi", „nadąża" za wartością (dla niego zadaną) $y_m(s)$. Proces o transmitancji $P(s)$ jest sterowany sygnałem $u_p(s)$ będącym sumą dwóch sygnałów – $u_m(s)$ z regulatora modelu i $u_r(s)$ z korekcyjnego regulatora procesu.

Dla schematu przedstawionego na rysunku 1 można stosunkowo łatwo wyznaczyć transformaty poszczególnych sygnałów:

$$y(s) = r(s)\frac{R_m(s)P(s)\left(1+R(s)M(s)\right)}{\left(1+R(s)P(s)\right)\left(1+R_m(s)M(s)\right)} + \frac{z(s)}{1+R(s)P(s)} \tag{1}$$

$$u_m(s) = r(s)\frac{R_m(s)}{1+R_m(s)M(s)} \tag{2}$$

$$y_m(s) = r(s)\frac{R_m(s)M(s)}{1+R_m(s)M(s)} \tag{3}$$

$$u_r(s) = R(s)\left(y_m(s) - y(s)\right) \tag{4}$$

$$u_p(s) = u_m(s) + u_r(s) \tag{5}$$

Dodatkowo, przyjmuje się multiplikatywną niepewność procesu, tzn.

$$P(s) = M(s)\left(1+\Delta(s)\right) \tag{6}$$

gdzie $\Delta(s)$ oznacza niepewność procesu.

Z wyrażeń (1) – (5) wynika, że wszystkie sygnały są zależne od transmitancji modelu $M(s)$.

W układach regulacji wykorzystujących modele procesów regulowanych wymagana jest, z reguły duża, zgodność modelu reprezentującego proces z procesem rzeczywistym. Układy te działają dobrze przy bardzo niewielkich perturbacjach procesu w stosunku do przyjętego dla nich modelu.

Układ MFC nie stawia tak ostrych wymagań, ponieważ jego struktura cechuje się odpornością. Jednak odpowiedni dobór modelu pozostaje nadal problemem do rozwiązania.

2. Metody doboru modelu w strukturze MFC

Szczególnym przypadkiem doboru transmitancji modelu jest sytuacja, gdy transmitancja modelu $M(s)$ jest dokładnie równa transmitancji procesu $P(s)$. Wówczas sygnał wyjściowy obiektu $y(s)$ nadąża idealnie za sygnałem wyjściowym z modelu $y_m(s)$. To znaczy:

$$y(s) = y_m(s) + \frac{z(s)}{1 + R(s)M(s)} \tag{7}$$

co wynika wprost z zależności (1) i (3), a tłumienie zakłóceń w wyrażeniu (7) można zmieniać niezależnie poprzez dobór transmitancji regulatora głównego $R(s)$.

W przypadku, gdy $R(s)M(s) >> 1$ oraz $R_m(s)M(s) >> 1$, z zależności (1) wynika, że (dla $z(s) = 0$):

$$y(s) \approx r(s) \tag{8}$$

co oznacza, że $y(s)$ idealnie „śledzi" wartość zadaną $r(s)$.

Gwarancją stabilności układu MFC jest spełnienie warunku stabilności wynikającego z równania charakterystycznego:

$$1 + R(s)M(s)\big(1 + \Delta(s)\big) = 0 \tag{9}$$

Tak więc dla znanej niepewności $\Delta(s)$ oraz przyjętej transmitancji modelu $M(s)$, trzeba sprawdzić warunek stabilności, korzystając z równania (9). Jeżeli warunki stabilności nie są spełnione, należy przyjąć inną transmitancję modelu.

W dalszej części artykułu przedstawiono opracowane metody doboru transmitancji modelu $M(s)$ w strukturze MFC.

2.1. Dobór modelu ze względu na transmitancję układu regulacji MFC

Zakładając transmitancję wyjściowo-wejściową $\frac{y(s)}{r(s)}$ układu MFC jako $D(s)$, a transmitancję wyjściowo-wejściową $\frac{y_m(s)}{r(s)}$ układu regulacji modelu jako $B(s)$, dla znanych transmitancji $P(s)$ i $R(s)$, z układu równań (10) i (11) można wyznaczyć transmitancję modelu $M(s)$ – (12).

$$D(s) = \frac{R_m(s)P(s)\big(1+R(s)M(s)\big)}{\big(1+R(s)P(s)\big)\big(1+R_m(s)M(s)\big)} \tag{10}$$

$$B(s) = \frac{R_m(s)M(s)}{1+R_m(s)M(s)} \tag{11}$$

$$M(s) = \frac{B(s)\,P(s)}{D(s)\big(1+R(s)P(s)\big) - B(s)R(s)P(s)} \tag{12}$$

Transmitancje $B(s)$ i $D(s)$ zależą od wymagań projektowych narzuconych układowi regulacji.

2.2. Dobór modelu ze względu na sygnał sterujący procesem

W wielu zastosowaniach przemysłowych sygnał sterujący procesem powinien spełniać określone wymagania, np. musi być zawarty w pewnych granicach, zapewnić zadaną szybkość zmian, itp. Projektowanie URA powinno wówczas uwzględniać te wymagania.

W układzie MFC sygnał sterujący $u_p(s)$ procesem $P(s)$ ma postać (5). Po podstawieniu zależności (2), (3) i przekształceniu otrzymuje się:

$$u_p(s) = r(s)\frac{R_m(s)}{1+R_m(s)M(s)}\,\frac{1+R(s)M(s)}{1+R(s)P(s)} \tag{13}$$

Zakładając transmitancję układu w torze jako $u_p(s)/r(s) = U(s)$, zależność (13) można zapisać następująco:

$$U(s) = \frac{u_p(s)}{r(s)} = \frac{1}{M(s)}\,\frac{R_m(s)M(s)}{1+R_m(s)M(s)}\,\frac{1+R(s)M(s)}{1+R(s)P(s)} \tag{14}$$

Podstawiając (11) do (14) otrzymuje się:

$$U(s) = \frac{B(s)}{M(s)}\,\frac{1+R(s)M(s)}{1+R(s)P(s)} \tag{15}$$

Przekształcając (15) wyznacza się szukaną zależność (16) na transmitancję modelu $M(s)$.

$$M(s) = \frac{B(s)}{U(s)\left(1 + R(s)P(s)\right) - B(s)R(s)} \tag{16}$$

2.3. Kształtowanie transmitancji modelu za pomocą transmitancji wagowej

Zakłada się, że multiplikatywna niepewność procesu zostanie zapisana w postaci operatorowej:

$$P(s) = M(s)\left(1 + \Delta(s)W_2(s)\right) \tag{17}$$

lub w dziedzinie częstotliwościowej:

$$P(j\omega) = M(j\omega)\left(1 + \Delta(j\omega)W_2(j\omega)\right) \tag{18}$$

gdzie $W_2(j\omega)$ jest szukaną transmitancją wagową.

Jeżeli norma $\|\Delta\|_\infty < 1$, to wyrażenie (18) można zapisać w postaci zależności:

$$\max_P \left| \frac{P(j\omega)}{M(j\omega)} - 1 \right| \le \left| W_2(j\omega) \right| \tag{19}$$

co oznacza, że moduł błędu multiplikatywnego powinien być równy lub mniejszy od modułu szukanej transmitancji $W_2(j\omega)$.

Przykład

Dane: $P(s) = \frac{1}{s^2} e^{-s\tau}$; $M(s) = \frac{1}{s^2}$; $0 \le \tau \le 0{,}2\,\text{sec}$

Podstawiając te dane do (19) otrzymuje się:

$$\left| e^{-j\omega\tau} - 1 \right| \le \left| W_2(j\omega) \right| \tag{20}$$

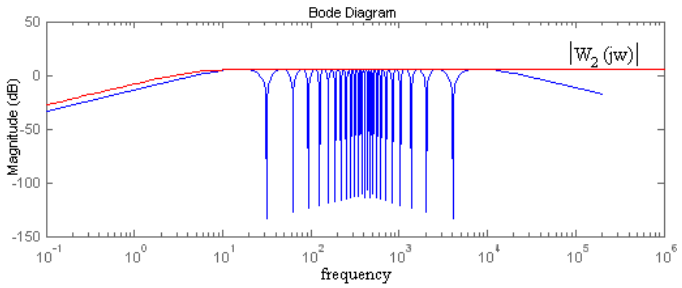
Wykreślając $\left| e^{-j\omega\tau} - 1 \right|$ szuka się transmitancji $W_2(j\omega)$ spełniającej warunek (20). Szukana transmitancja $W_2(s)$ może mieć postać:

$$W_2(s) = \frac{0{,}4s}{0{,}2s + 1} \tag{21}$$

Przebieg modułów obu stron nierówności (20) został wykonany na podstawie następującego skryptu MATLAB-a:

```
h=tf(1,[1],'inputdelay',0.2)
sysx=pade(h,50);
sysx1=sysx-1;
w2=tf([0.4 0], [0.2 1])
bode(sysx1,w2,'r')
pause
close
```

i przedstawiony na rysunku 2.



Rys. 2. Wykresy modułów dla nierówności (20)
Fig. 2. Bode diagram for inequality (20)

Jeżeli według zależności (19) otrzyma się stabilną, wymierną funkcję niskiego rzędu, to można ją przyjąć jako $W_2(j\omega)$. Jeżeli jednak nie może być ona zrealizowana (np. jest nieminimalnofazowa), to wówczas funkcję tę można aproksymować stabilną funkcją przejścia niskiego rzędu, której moduł jest większy od modułu funkcji aproksymowanej.

2.4. Redukcja rzędu modelu z wykorzystaniem normy H^∞

W klasycznym projektowaniu układów mocnych (*robust*) tworzony jest uproszczony model procesu rzeczywistego (można to nazwać robust identyfikacją) wykorzystywany następnie do celów syntezy i analizy układu regulacji. Z reguły dokładny model procesu, uzyskany na podstawie pomiarów, opisuje transmitancja o wysokich stopniach wielomianów licznika i mianownika. Jak pokazuje praktyka projektowa, taki dokładny model – po pierwsze – bardzo utrudnia syntezę, a po drugie – wcale nie jest potrzebny do poprawnego zaprojektowania układu regulacji spełniającego określone wymagania. Powstaje zatem problem, jak bardzo można obniżyć stopień licznika i mianownika procesu rzeczywistego. Do syntezy mocnych układów regulacji powszechnie stosuje się metodę redukcji procesu z wykorzystaniem normy H^∞ [4].

Metodę tę można wykorzystywać również do układu MFC, przy czym poszukiwana jest transmitancja modelu $M(s)$ procesu o znanej transmitancji $P(s)$, a nie transmitancja procesu.

Redukcja rzędu modelu $M(s)$ dla procesu $P(s)$ polega na tym, aby $M(s)$ i $P(s)$ były bliskie sobie w sensie normy H^{∞}. Zadanie to może być rozwiązane przy założeniu błędu multiplikatywnego:

$$\left\| M^{-1}(s)\left(P(s)-M(s)\right)\right\|_{\infty} \le e \tag{21}$$

lub określonego błędu względnego:

$$\left\| P^{-1}(s)\left(P(s)-M(s)\right)\right\|_{\infty} \le e \tag{22}$$

gdzie $\| \ \|$ oznacza normę macierzy, a granicę błędu multiplikatywnego e określa zależność:

$$e = \sum_{i=k+1}^{n} \frac{2\sigma_i}{1-\sigma_i} \tag{23}$$

przy czym sumowanie przebiega poprzez odrzucone (od $i = k + 1$ do n) multiplikatywne wartości osobliwe Hankela.

Przykład

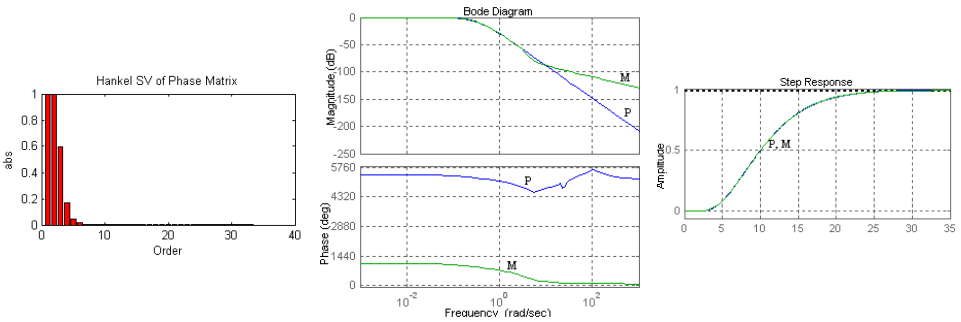
Dla procesu o transmitancji $P(s) = \dfrac{e^{-2s}}{(3s+1)^3}$ należy znaleźć jego uproszczony model $M(s)$.

Postawione zadanie rozwiązuje następujący m-plik MATLAB-a:

```
% plik explo_12.m
% (c) jb, 01.02.2006
clc
% Proces rzeczywisty P - inercja trzeciego rzedu (T=3)
% z opoznieniem (delay=2)
    P1=tf([1],[27 27 9 1],'iodelay',2)
% Aproksymacja opoznienia metoda Pade
    P=pade(P1,30)
% Redukcja rzedu procesu P metoda bledu
% multiplikatywnego poleceniem reduce wg
% Robust Control Toolbox Trial Version 3.0.1
    [M,Minfo] = reduce(P,'ErrorType','mult');
% Transmitancja modelu
```

```
    [Licz,Mian]=ss2tf(M.a,M.b,M.c,M.d);
    model_M=tf(Licz,Mian)
% Wykres Bodego procesu i modelu
    bode(P,model_M);grid on
    pause
% Charakterystki skokowe procesu i modelu
    step(P,model_M);grid on
```

Po uruchomieniu tego m-pliku otrzymuje się wykresy przedstawione na rysunku 3 oraz pełną transmitancję procesu $P(s)$ i jego modelu $M(s)$.



a) b) c)

Rys. 3. Rezultaty otrzymane przy użyciu programu MATLAB: a – wartości osobliwe procesu; b – charakterystyki Bode modelu $M(j\omega)$ i procesu $P(j\omega)$; c – charakterystyki skokowe modelu i procesu

Fig. 3. The results obtained with the use of MATLAB programme: a – plant singular values; b – Bode diagram of model $M(j\omega)$ and plant $P(j\omega)$ transfer function; c – model and plant step responses

Stopień licznika niezredukowanej wielomianowej transmitancji procesu $P(s)$ wynosi 30, a mianownika – 33. Z rysunku 3a wynika, że transmitancję tę można aproksymować dostatecznie dokładnie transmitancją szóstego rzędu, co ilustrują rysunki 3b i 3c.

Podsumowanie

W artykule opisano zasadę działania odpornego układu regulacji o dwóch stopniach swobody, który w swojej strukturze zawiera model procesu regulowanego. Zasadniczą część artykułu stanowi prezentacja czterech metod doboru dynamiki modelu dla zadanej transmitancji procesu (nominalnej lub z uwzględnieniem perturbacji).

Literatura

1. Brzózka J., *Badania symulacyjne nowego układu regulacji kąta kursu statku o strukturze MFC*, XI Konferencja Inżynierii Ruchu Morskiego, AM, Szczecin 2005.
2. Brzózka J., Szcześniak J., *Układ regulacji prędkości obrotowej typu MFC z regulatorem rozmytym*, Zeszyty Naukowe Akademii Morskiej w Szczecinie nr 1/73, Explo-Ship 2004, Szczecin 2004, s. 89 – 99.
3. Pietrusewicz K., *Aplikacja algorytmu Model-Following Control w programowalnym sterowniku automatyki*, Praca doktorska, Politechnika Szczecińska, Wydział Elektryczny, 2005.
4. *Robust Control Toolbox for Use with MATLAB* (version 3).
5. Skoczowski S., *Odporny układ regulacji z wykorzystaniem modelu obiektu*, Pomiary, Automatyka, Kontrola, nr 9/1999, s. 2 – 4.
6. Skoczowski S., *Control System Structures and Their Robustness*, Pomiary, Automatyka, Kontrola, nr 6/2003, pp. 5 – 9.

Wpłynęło do redakcji w lutym 2006 r.

Recenzent

dr hab. inż. Andrzej Brykalski, prof. PS

Adres Autora

dr inż. Jerzy Brzózka
Akademia Morska w Szczecinie
Instytut Elektrotechniki i Automatyki Okrętowej
70-205 Szczecin, ul. Podgórna 51/53